

Информатика и ИКТ

Лекция 6



1 курс

*Принципы обработки информации
компьютером.*

*Арифметические и логические
основы работы компьютера*

Принципы обработки информации компьютером

Между алгеброй логики и двоичным кодированием существует следующая связь: математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания того, как функционируют аппаратные средства компьютера, поскольку основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: “1” и “0”.

Принципы обработки информации компьютером

Выводы:

- одни и те же устройства компьютера могут применяться для обработки и хранения как числовой информации, представленной в двоичной системе счисления, так и логических переменных;
- на этапе конструирования аппаратных средств алгебра логики позволяет значительно упростить логические функции, описывающие функционирование схем компьютера, и, следовательно, уменьшить число основных узлов компьютера.

Логические операции

1. Логическое умножение (конъюнкция) «И»

A И B или **A&B** или **A∧B**

A И B истинно тогда и только тогда,
когда оба высказывания **A** и **B**
истинны.

Примеры: **0 И 0=0** **0 И 1=0**
1 И 0=0 **1 И 1=1**

Техническая реализация И

- два последовательно соединенных ключа:



Таблица истинности

A	B	A И B			
0	0	0			
0	1	0			
1	0	0			
1	1	1			

Логические операции

2. Логическое сложение «ИЛИ»

A ИЛИ B или $A \vee B$ или $A+B$

A ИЛИ B ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.

Примеры:

0 или **1=1** **1** или **0=1**

0 или **0=0** **1** или **1=1**

Техническая реализация ИЛИ

- два параллельно соединенных ключа:

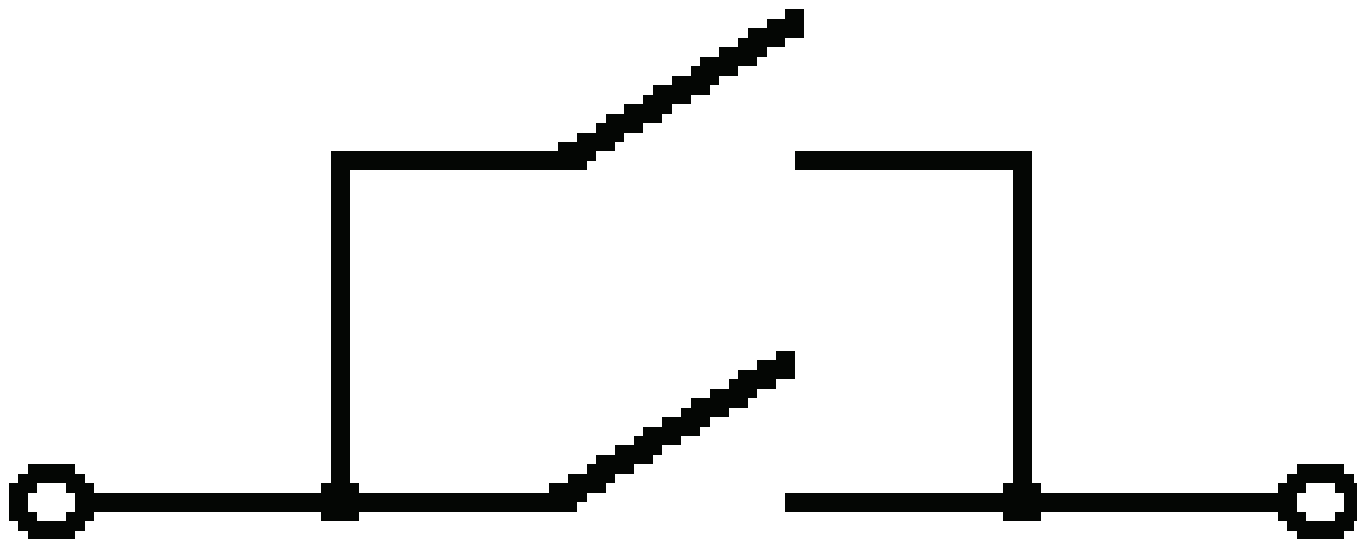


Таблица истинности

A	B	A И B	A ИЛИ B		
0	0	0	0		
0	1	0	1		
1	0	0	1		
1	1	1	1		

Логические операции

3. Логическое отрицание (инверсия) «НЕ»

НЕ А или $\neg A$

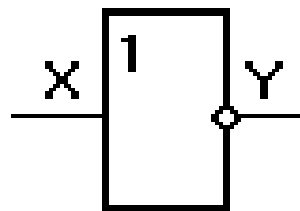
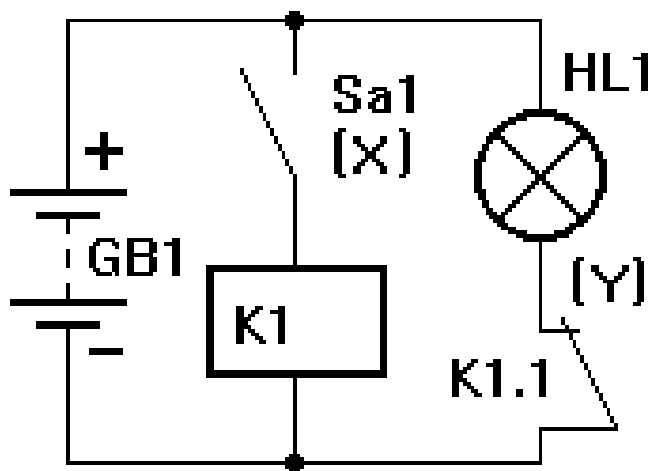
Логическое отрицание (инверсия) делает истинное выражение ложным и, наоборот, ложное – истинным.

Таблица истинности

A	B	A И B	A ИЛИ B	НЕ A	
0	0	0	0	1	
0	1	0	1	1	
1	0	0	1	0	
1	1	1	1	0	

Техническая реализация НЕ

- при отсутствии электрического тока через обмотку реле контакты реле замкнуты,
- при протекании достаточного тока через обмотку реле контакты реле разомкнуты:



X	Y
0	1
1	0

Логические операции

4. Логическое следование (импликация)

$$A \rightarrow B$$

$A \rightarrow B$ ложно только тогда, когда A истинно, а B ложно.

Импликация выражается через дизъюнкцию и отрицание:

$$A \rightarrow B = \text{НЕ } A \text{ ИЛИ } B$$

Таблица истинности

A	B	A И B	A ИЛИ B	НЕ A	A→B
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1

Приоритет логических операций

1) инверсия НЕ

2) конъюнкция И

3) дизъюнкция ИЛИ

4) импликация \rightarrow

Законы алгебры логики (доп.)

Закон	для «ИЛИ»	для «И»
Коммутативный (переместительный): Логические переменные можно менять местами.	$A \vee B = B \vee A$	$A \wedge B = B \wedge A$
Ассоциативный (сочетательный): Логические переменные в дизъюнкциях и конъюнкциях можно объединять в группы.	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$	$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
Дистрибутивный (распределительный) Одинаковые переменные в дизъюнкциях и конъюнкциях можно выносить за скобки. (В отличие от обычной алгебры, в алгебре высказываний можно выносить за скобки как общие множители, так и общие слагаемые.)	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C)$
Закон непротиворечия: Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. (Если высказывание A истинно, то его отрицание $\neg A$ должно быть ложным. Логическое произведение высказывания и его отрицания ложно.)		$A \wedge \neg A = 0$

Законы алгебры логики (доп.)

Закон	для «ИЛИ»	для «И»
<p>Закон исключенного третьего: Высказывание может быть только истинным или ложным, третьего не дано. (Результат логического сложения высказывания и его отрицания всегда принимает значение «истина».)</p>	$A \vee \neg A = 1$	
<p>Законы де Моргана (законы общей инверсии): Общая инверсия двух логических слагаемых равносильна логическому умножению инвертированных переменных. Общая инверсия двух логических сомножителей равносильна логическому сложению инвертированных переменных.</p>	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$	$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
<p>Закон двойного отрицания: Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание.</p>	$\neg\neg A = A$	
<p>Идемпотентности</p>	$A \vee A = A$	$A \wedge A = A$

Законы алгебры логики (доп.)

Закон	для «ИЛИ»	для «И»
Контрапозиции	$A \rightarrow B = \neg B \rightarrow \neg A$	
Законы склеивания	$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B) = B$	$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B) = B$
Исключение констант	$A \vee 0 = A, A \vee 1 = 1$	$A \wedge 0 = 0, A \wedge 1 = A$
Снятие импликации	$A \rightarrow B = \neg A \vee B$	
Снятие эквивалентности	$A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$	
Закон поглощения	$A \vee (A \wedge C) = A$	$A \wedge (A \vee C) = A$

Задачи

1. Для какого из указанных значений числа X истинно высказывание:

НЕ $((X > 3) \rightarrow (X > 4))$?

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

Решение (способ 1)

A	B	$\neg A$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1

По таблице истинности импликации видим, что она будет ложной в одном в одном-единственном случае: когда первое высказывание истинно, а второе ложно.

Первое высказывание ($X > 3$) может быть истинно только при $X=4$ или $X=5$. Второе высказывание принимает значение ЛОЖЬ только при $X=4$.

Ответ: 3) 4

Решение (способ 2)

Метод последовательной подстановки

$$1) X=2 \quad \text{НЕ } ((2>3) \rightarrow (2>4)) = \neg(0 \rightarrow 0) = \neg(1) = 0$$

$$2) X=3 \quad \text{НЕ } ((3>3) \rightarrow (3>4)) = \neg(0 \rightarrow 0) = \neg(1) = 0$$

$$3) \underline{X=4} \quad \text{НЕ } ((4>3) \rightarrow (4>4)) = \neg(1 \rightarrow 0) = \neg(0) = \underline{1}$$

$$4) X=5 \quad \text{НЕ } ((5>3) \rightarrow (5>4)) = \neg(1 \rightarrow 1) = \neg(1) = 0$$

Ответ: 3) 4

Задачи

2. Для какого из указанных значений числа X ложно выражение

$(X > 2)$ ИЛИ НЕ $(X > 1)$?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Ответ: 2) 2

Задачи

3. Для какого из указанных значений числа X истинно выражение

НЕ ($X > 3$) И ($X > 2$)?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Ответ: 3) 3

Контрольные вопросы

1. Операция логического умножения и ее свойства.
2. Операция логического сложения и ее свойства.
3. Операция логического отрицания и ее свойства.
4. Операция логического следования и ее свойства.
5. Приоритет логических операций.